



Murakkab shaklli anizotrop plastinaning termomagnito-elektro-elastik nochiziqli matematik modellashtirish

Tojiyev Nuriddin Shukur o'g'li

Raqamli texnologiyalar va sun'iy intellektni rivojlantirish ilmiy-tadqiqot instituti, Toshkent, O'zbekiston.
ntojiyev845@gmail.com

ANNOTATSIYA

Maqolada murakkab shaklli anizotrop plastinalarning termomagnito-elektro-elastik maydonlar ta'siridagi nochiziqli deformatsiyalanishini tavsiflovchi matematik model va uni yechishning hisoblash algoritmi taklif etilgan. Model ko'ndalang siljishlarni inobatga oluvchi birinchi tartibli kinematik nazariya hamda katta egilishlarni tavsiflovchi fon Karman geometrik nochiziqliligiga asoslanadi; harorat, elektr va magnit maydonlarining anizotrop muhit bilan bog'langan ta'siri holat tenglamalariga Dyamel–Neyman qonuni va Maksvell tenglamalari orqali kiritilgan. Plastinaning ixtiyoriy ko'p bog'lamli sohasi va aralash chegaraviy shartlari R-funksiyalar usuli yordamida yagona analitik ifoda bilan tavsiflanib, chegaraviy shartlarni aniq qanoatlantiruvchi yechim strukturasi qurilgan. Fazoviy diskretlashtirish Bubnov–Galerkin usuli va Gauss kvadraturalari yordamida, vaqt bo'yicha integrallash esa oshkormas Nyumark sxemasi va nochiziqli hadlar uchun ekvivalent bikrlilik matritsasiga asoslangan iteratsion algoritm yordamida amalga oshirilgan.

Kalit so'zlar:

R-funksiyalar usuli, murakkab shaklli plastina, anizotrop kompozit material, fon Karman nochiziqliligi, termomagnito-elastiklik, Lorents kuchi, Dyamel–Neyman qonuni, Bubnov–Galerkin usuli, Nyumark sxemasi.

Нелинейное математическое моделирование термо-магнито-электро-упругого деформирования анизотропной пластины сложной формы

АННОТАЦИЯ

В статье предложены математическая модель, описывающая нелинейное деформирование анизотропных пластин сложной формы под действием термо-магнито-электро-упругих полей, и вычислительный алгоритм её решения. Модель основана на кинематической теории первого порядка, учитывающей поперечные сдвиги, а также на геометрической нелинейности фон Кармана, описывающей большие прогибы; связанное с анизотропной средой воздействие температурного, электрического и магнитного полей введено в определяющие соотношения (уравнения состояния) посредством закона Дюамеля–Неймана и уравнений Максвелла. Произвольная многосвязная область пластины и смешанные граничные условия описаны единым аналитическим выражением с помощью метода R-функций, и построена структура решения, точно удовлетворяющая граничным условиям. Пространственная дискретизация выполнена методом Бубнова–Галёркина с использованием квадратурных формул Гаусса, а интегрирование по

Ключевые слова:

метод R-функций, пластина сложной формы, анизотропный композиционный материал, нелинейность фон Кармана, термомагнитоупругость, сила Лоренца, закон Дюамеля–Неймана, метод Бубнова–Галёркина, схема Ньюмарка.



времени - с помощью неявной схемы Ньюмарка и итерационного алгоритма, основанного на матрице эквивалентной жёсткости для нелинейных членов.

Nonlinear mathematical modeling of the thermo-magneto-electro-elastic behavior of an anisotropic plate of complex shape

ABSTRACT

The paper proposes a mathematical model describing the nonlinear deformation of anisotropic plates of complex shape under the action of thermo-magneto-electro-elastic fields, together with a computational algorithm for its solution. The model is based on a first-order kinematic (shear deformation) theory that accounts for transverse shear, and on von Kármán geometric nonlinearity describing large deflections; the coupled effect of the temperature, electric and magnetic fields on the anisotropic medium is introduced into the constitutive equations through the Duhamel–Neumann law and Maxwell's equations. An arbitrary multiply connected plate domain and mixed boundary conditions are described by a single analytical expression using the R-functions method, and a solution structure that exactly satisfies the boundary conditions is constructed. Spatial discretization is performed by the Bubnov–Galerkin method with Gaussian quadratures, while time integration is carried out using the implicit Newmark scheme and an iterative algorithm based on an equivalent stiffness matrix for the nonlinear terms.

Key words:

R-functions method, plate of complex shape, anisotropic composite material, von Kármán nonlinearity, thermo-magneto-elasticity, Lorentz force, Duhamel–Neumann law, Bubnov–Galerkin method, Newmark scheme.

1. KIRISH

Zamonaviy aerokosmik texnika, avtomobilsozlik va “aqlli” konstruksiyalar (smart structures) mexanikasi minimal massa va yuqori solishtirma birlikka ega elementlarni talab etadi, bu esa anizotrop kompozit materiallardan keng foydalanishni taqozo qiladi. Amaliyotda bunday elementlar ko‘pincha yaxlit geometriyaga ega bo‘lmaydi: ularda L-, T-, I-, U-shaklli va yulduzsimon texnologik qirqimlar mavjud bo‘lib, sohasi ko‘p bog‘lamli bo‘ladi. Shu bilan birga, ular bir vaqtning o‘zida bir nechta o‘zaro bog‘langan (coupled) fizik maydonlar – mexanik, issiqlik, elektr va magnit maydonlar ta’sirida ishlaydi. Qirqimlarning burchak nuqtalarida kuchlanishlar konsentratsiyasi yuzaga keladi, maydonlarning o‘zaro ta’siri esa konstruksiyaning effektiv birligi va dissipativ xossalarini o‘zgartiradi. Shu sababli bunday obyektlarning kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini adekvat modellashirish dolzarb ilmiy-amaliy masala hisoblanadi.

Murakkab shaklli plastinalar masalasini yechishdagi asosiy qiyinchilik soha chegarasida berilgan shartlarni aniq qanoatlantiruvchi koordinata funksiyalarini qurishdir. Klassik trigonometrik va polinomial bazislarga asoslangan variatsion usullar faqat kanonik sohalar uchun samarali, chekli elementlar va chekli ayirmalar usullari esa burchak nuqtalari atrofida juda zich to‘rni talab qiladi va yechimning analitik strukturasini bermaydi. R-funksiyalar usuli ixtiyoriy murakkablikdagi chegarani yagona analitik ifoda orqali yozish va barcha chegaraviy shartlarni aniq qanoatlantiruvchi yechim strukturasini qurish imkonini beradi. Natijada qidirilayotgan yechim obyektning geometrik xususiyatlari bilan bevosita bog‘lanadi.

Ushbu ishning maqsadi R-funksiyalar usuli va Bubnov–Galerkin variatsion yondashuvi asosida murakkab shaklli anizotrop plastinalarning termo-magnito-elektro-elastik noxiziqli deformatsiyalanish masalasi uchun matematik model va hisoblash algoritmini ishlab chiqish hamda fizik maydonlar o‘zaro ta’sirining deformatsiya jarayonlariga ta’sirini tadqiq etishdan iborat. Tadqiqotning dastlabki bosqichida ishlab chiqilgan algoritm va dasturning ishonchiligi yarim-



analitik Bubnov–Galerkin usuli va klassik etalon masalalar yordamida verifikatsiya qilindi. Asosiy bosqichda esa katta ko‘chishlarda namoyon bo‘luvchi geometrik noxizizli effektlar, magnito-elastik o‘zaro ta’sir natijasida yuzaga keluvchi ekvivalent bikrlilik va so‘ndirish xususiyatlari, shuningdek konstruksiyaning makro-topologiyasi, qalinligi (h) va tashqi chegaraviy shartlarining global bikrlilik va barqarorlikka ta’siri tahlil qilindi.

2. MAVZUGA OID ADABIYOTLARNING SHARHI

Anizotrop va kompozit plastinalar mexanikasining nazariy asoslari S.A. Ambarsumyan [7] va J.N. Reddy [14] ishlarida shakllantirilgan. Ko‘ndalang siljish va aylanish inersiyasini hisobga oluvchi to‘g‘rilangan nazariyalar R.D. Mindlin [19] tomonidan asoslangan, egiluvchan plastinalarning geometrik noxizizli statikasi va dinamikasi A.S. Volmir [16, 17] tomonidan tizimli o‘rganilgan. Termoelastiklik nazariyasi, jumladan Dyumel–Neyman munosabatlari W. Nowacki [15] monografiyasida bayon etilgan. Yupqa qobiq va plastinalarning magnitoelastikligi S.A. Ambarsumyan, G.Ye. Bagdasaryan va M.V. Belubekyan [7], F.C. Moon [20] hamda H. Parkus [21] ishlarida chuqur tadqiq etilgan va C. Miehe, A.K. Noor, J. Tani, I.T. Selezov, R. Ansari, Z. Kuang va boshqa olimlarning izlanishlarida rivojlantirilgan. Bu tadqiqotlarda Maksvell tenglamalari va Dyumel–Neyman qonuni chiziqli va fon Karman noxizizli nazariyalari bilan birgalikda qo‘llangan. Biroq ularda asosan to‘g‘ri to‘rtburchakli, doiraviy yoki boshqa kanonik shakldagi plastinalar ko‘rib chiqilgan bo‘lib, o‘tkir burchakli qirqimlar va ko‘p bog‘lamli sohalar masalasi ochiq qolgan.

Murakkab topologiyali jismlarning chegaraviy masalalarini analitik-sonli yechish uchun mantiq algebrasi operatorlariga asoslangan R-funksiyalar nazariyasi V.L. Rvachev [1, 2] tomonidan yaratilgan va V.L. Rvachev, L.V. Kurpa [8, 9, 13], T.V. Shmatko, N.D. Pankratova, A.V. Sinekop, G. Barakati va boshqalar tomonidan rivojlantirilgan. Ularning ishlarida R-funksiyalar usulining Kantorovich strukturasi va Bubnov–Galerkin yondashuvi bilan uyg‘unligi asosan izotrop va ortotrop elastiklik masalalariga, xususan erkin tebranishlar va ustuvorlik masalalariga tatbiq etilgan, ko‘p faktorli fizik maydonlarning o‘zaro bog‘langan ta’siri esa deyarli hisobga olinmagan.

O‘zbekistonda elastiklik nazariyasi masalalarini algoritmlashtirish bo‘yicha V.K. Qobulov [3] ilmiy maktabi shakllangan bo‘lib, uning an‘analari F. Nuraliyev va hammualliflarining [4–6, 10–12] murakkab shaklli yupqa plastinalarning magnitoelastiklik masalalariga oid ishlarida davom ettirilmog‘da. Shunga qaramay, murakkab qirqimlarga ega anizotrop plastinalar uchun ko‘ndalang siljishlar, fon Karman noxizizliligi va termo-elektro-magnit maydonlarning o‘zaro bog‘liqligini bir vaqtda hisobga oluvchi yondashuv yetarlicha o‘rganilmagan. Mazkur bo‘shliq tadqiqotning dolzarbligini belgilaydi.

3. TADQIQOT METODOLOGIYASI

Plastinaning termo-magnito-elastik holati Gamilton–Ostrogradskiy variatsion tamoyili asosida tavsiflanadi [13]:

$$\int_t (\delta K - \delta \Pi + \delta A) dt = 0; t_1 \leq t \leq t_2. \quad (1)$$

bunda K , Π , A mos ravishda kinetik energiya, potensial energiya va tashqi (mexanik hamda elektromagnit) kuchlar ishi. Kirxgof–Lyav gipotezasi asosida ko‘chish maydoni

$$u_1 = u_x - z \frac{\partial w}{\partial x}, u_2 = v_y - z \frac{\partial w}{\partial y}, u_3 = w; \quad (2)$$

ko‘rinishida olinib, Koshi munosabatlaridan geometrik noxizizli deformatsiyalar aniqlanadi:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial x} \times \frac{\partial w}{\partial x}, \\ \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial y} \times \frac{\partial w}{\partial y}, \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \times \frac{\partial w}{\partial y}. \end{array} \right. \quad (3)$$



Anizotrop material uchun umumlashtirilgan Dyumel–Neyman termoelastik qonuni qo‘llaniladi [15]:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} - C_{ijkl}\alpha_{kl}(T - T_0) \quad (4)$$

Bu yerda C_{ijkl} -anizotrop materialning elastik doimiylari α_{kl} -chizili harorat kengayish koeffitsientlari tenzori, $(T - T_0)$ -harorat o‘zgarishi.

Komponentlar bo‘yicha yoyilgan shakli (plastinkalar va qobiqlar nazorati uchun).

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= C_{1111}\varepsilon_{11} + C_{1122}\varepsilon_{22} + C_{1112}\varepsilon_{12} - \gamma_{11}(T - T_0) \\ \sigma_{22} &= C_{2211}\varepsilon_{11} + C_{2222}\varepsilon_{22} + C_{2212}\varepsilon_{12} - \gamma_{22}(T - T_0) \\ \sigma_{12} &= C_{1211}\varepsilon_{11} + C_{1222}\varepsilon_{22} + C_{1212}\varepsilon_{12} - \gamma_{12}(T - T_0) \end{aligned} \quad (5)$$

bu yerda γ_{ij} –termoelektroelastik yoki termoelektrik kuchlanganlik koeffitsientlari bo‘lib, ular elastiklik konstantalari va harorat kengayish koeffitsientlarining konvolyutsiyasi (yig‘indisi) orqali aniqlanadi:

$$\gamma_{ij} = C_{ijkl}\alpha_{kl}$$

Variatsiyalarni (5) tamoyilga qo‘yish natijasida quyidagi harakat tenglamalari tizimi olinadi [16]:

$$\left\{ \begin{aligned} \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial N_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= q_x + p_x^{em} + hF_x, \\ \rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} &= q_y + p_y^{em} + hF_y, \\ \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \left(\frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} \right) - \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(N_{xx} \frac{\partial w}{\partial x} + N_{xy} \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial y} \left(N_{yx} \frac{\partial w}{\partial x} + N_{yy} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] = q_z + p_z^{em} - \frac{\partial m_x^m}{\partial x} - \frac{\partial m_y^m}{\partial y} + hF_z, \\ c_v p \frac{\partial T}{\partial t} - k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} &= Q_s - T_0 \beta_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t}. \end{aligned} \right. \quad (6)$$

Bu yerda c_v – materialning solishtirma issiqlik sig‘imi; k_x, k_y, k_z – issiqlik o‘tkazuvchanlik koeffitsientlari; Q_s – ichki issiqlik manbalari (jismoniy yoki elektromagnit dissipatsiya natijasidagi issiqlik); T_0 - boshlang‘ich (tabiiy) temperatura; $\beta_{ij} = C_{ijkl}\alpha_{kl}$ - termoeastik bog‘liqlik tenzori (C_{ijkl} - qattqlik tenzori, α_{kl} - harorat kengayish koeffitsientlari); $\partial \varepsilon_{ij} / \partial t$ - deformatsiya tezliklari tenzori (mexanik va nolinear komponentlarni o‘z ichiga oladi). Plastinka o‘rta sirtining birlik uzunligiga to‘g‘ri keluvchi normal (N_{xx}, N_{yy}) va urinma (N_{xy}, N_{yx}) kuchlar. M_{xx} va M_{yy} - eguvchi momentlar, M_{xy} esa - buruvchi moment hisoblanadi. q_x, q_y, q_z - plastinka sirtiga ta’sir qiluvchi mexanik kuchlar. p^{em} va m^m - elektromagnit (Lorents) kuchi va momenti hadlari[7,13]:

3.1. Yechish algoritmi: R-funksiyalar usuli va Bubnov–Galyorkin diskretlashtirish

(6) tenglamalar tizimi mos chegaraviy shartlar bilan birgalikda R-funksiyalar tuzilmaviy usulida yechiladi [1,8,13]. Ko‘chish komponentlari umumiy holda quyidagi qatorlar orqali qidiriladi:

$$\begin{aligned} u(x, y, t) &= \omega(x, y) \sum_{k=1}^{N_1} b_k(t) \varphi_k(x, y), \\ v(x, y, t) &= \omega(x, y) \sum_{k=1}^{N_1} c_k(t) \varphi_k(x, y), \\ w(x, y, t) &= \omega^2(x, y) \sum_{k=1}^{N_1} a_k(t) \varphi_k(x, y), \end{aligned} \quad (7)$$

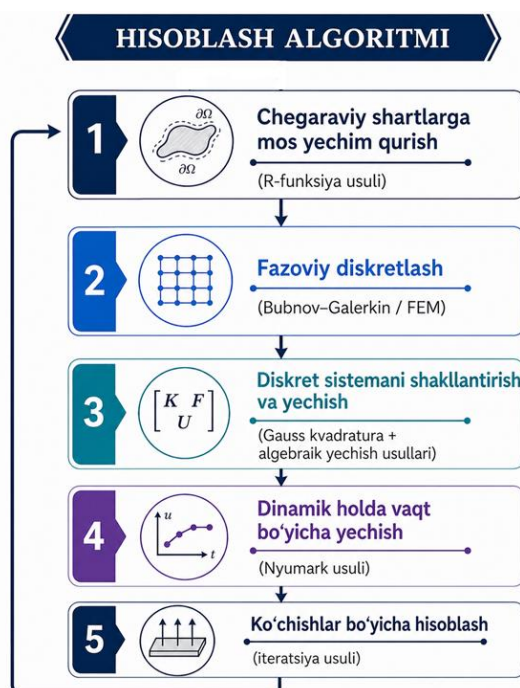
Bu yerda $\varphi_k(x, y)$ - algebraik bazis polinomiali, $a_k(t)$ esa vaqtga bog'liq umumlashgan koordinatalardir. Tekislik ichidagi u va v siljish maydonlari Γ – konstruksiyaning chegarasida nolga teng, biroq aylanish bo'yicha cheklovlarga ega emas. Natijada birinchi darajali struktura hosil bo'ladi. Bu yerda $b_k(t)$ va $c_k(t)$ mos ravishda tekislik ichidagi umumlashgan koordinatalardir. Bunda ω - sohaning normallashtirilgan R-funksiyasi - 2.1-bo'limda qurilgan ω_I aynan shu vazifani bajaradi. Plastina chegarasi to'liq qattiq mahkamlangan holda yechim strukturasini soddalashtirib, aniq ko'rinishga ega bo'ladi [13]:

$$u = \omega \Phi_1, v = \omega \Phi_2, w = \omega^2 \Phi_3. \quad (8)$$

Fazoviy diskretlashtirish Bubnov–Galyorkin usulida amalga oshirilib, noma'lum koeffitsiyentlar vektori $C = \{C^{(1)}, C^{(2)}, \dots, C^{(n)}\}$ ga nisbatan quyidagi matritsaviy tizim hosil qilinadi [13]:

$$\ddot{A}C + BC = F. \quad (9)$$

bunda A, B - mos ravishda massa va qattqlik tipidagi blokli matritsalar (elementlari Φ_I ishtirokidagi ikkilangan integrallar sifatida Gauss kvadraturasi orqali hisoblanadi), F - yuklama vektori. (16) tizim Nyumark usulida vaqt bo'yicha bosqichma-bosqich integrallanadi. Hisoblash 1-rasmda umumlashtirilgan besh bosqichli algoritmi [13] bo'yicha amalga oshirildi.



1-rasm. R-funksiyalar usuli va Bubnov–Galyorkin usuliga asoslangan hisoblash algoritmining besh bosqichi.

Algoritm quyidagilarni o'z ichiga oladi: chegaraviy shartga mos yechim strukturasini qurish (R-funksiyalar usuli), fazoviy diskretlashtirish (Bubnov–Galyorkin), diskret tizimni Gauss kvadraturasi asosida shakllantirish va yechish, Nyumark usulida vaqt bo'yicha integrallash, hamda olingan koeffitsiyentlar asosida ko'chishlarni hisoblash.

4.TAHLIL VA NATIJALAR

Tadqiqotning ushbu bosqichida murakkab konturga ega bo'lgan (I-shaklidagi) anizotrop yupqa plastinaning ko'p faktorli maydonlar – ko'ndalang va tekislikdagi mexanik kuchlar, doimiy harorat maydoni hamda stasionar magnit maydoni ta'siridagi kuchlanish-deformatsiya holati sonli modellashtirildi.

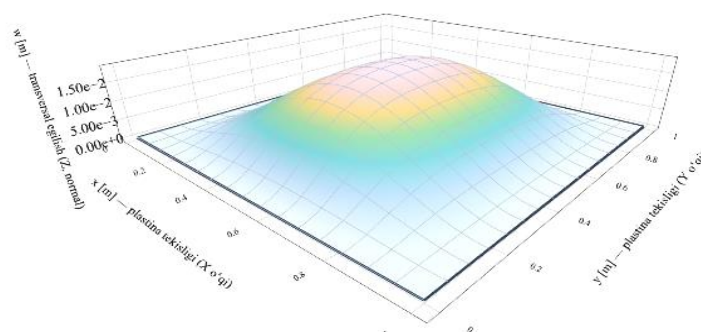
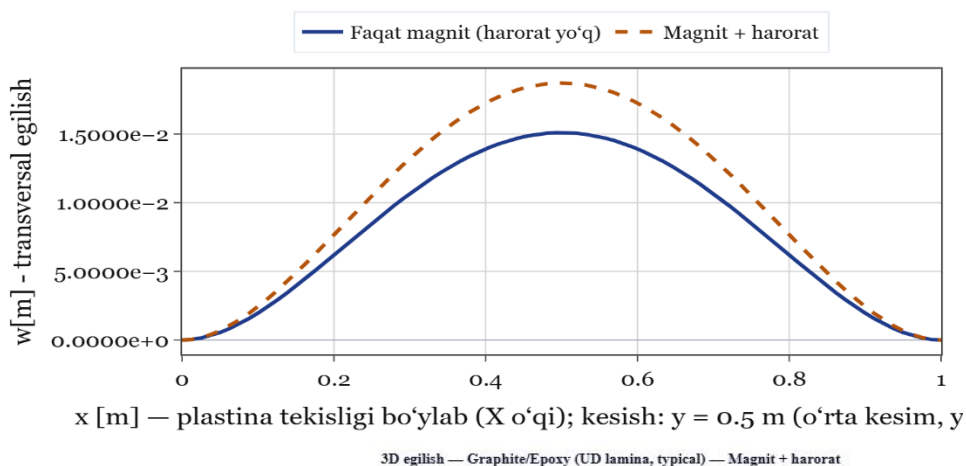
Hisoblash eksperimenti uchun o'lchamlari $a \times b = 1.0 \times 1.0$ m va qalinligi $h = 0.01$ m bo'lgan, qirralari bo'ylab qattiq qistirilgan ($w = 0, \partial w / \partial n = 0$) I-shaklidagi kompozit plastina (graphite-

epoxy) tanlab olindi. Materialning ortotrop xususiyatlari uning elastiklik modullari ($E_1 = 1.81 \cdot 10^{11}$ Pa, $E_2 = 1.03 \cdot 10^{10}$ Pa) va chiziqli kengayish koeffitsiyentlaridagi ($\alpha_1 = -3.0 \cdot 10^{-7} K^{-1}$, $\alpha_2 = 2.8 \cdot 10^{-5} K^{-1}$) anizotropiya darajasi bilan tavsiflanadi.

1- hisoblash tajribasi Murakkab shakldagi trans-izotrop plastinada ko'p faktorli (mexanik, magnit, termik) ta'sirlar superpozitsiyasi.

Zamonaviy muhandislik va sanoatda kompozit va anizotrop materiallardan foydalanish jadal o'sib bormoqda. Bunday materiallar o'zining yuqori solishtirma mustahkamligi bilan afzalroqdir. Biroq, material xususiyatlari yo'nalishga qarab o'zgarishi sababli, deformatsiyani aniq bashorat qilish murakkab vazifadir. Ushbu tadqiqotning maqsadi plastinaning ko'ndalang egilishini hisoblash va turli ta'sirlar ostida xizmat qobiliyatini baholashdan iborat.

Tadqiqot obyekti va chegaraviy shartlar Ushbu tadqiqot parametrlarida qirralari qattiq mahkamlangan ($w = 0$, $dw/dn = 0$), o'lchamlari 1x1 metr ($a = 1$ m, o'rta kesim $y = 0.5$ m) bo'lgan to'rtburchak plastinaning ko'ndalang (transversal) egilishi o'rganildi. Dastlabki ma'lumotlarga ko'ra, plastina materiali sifatida zamonaviy anizotrop kompozit – bir yo'nalishli Grafit/Epoksid (Graphite/Epoxy - UD lamina) tanlangan bo'lib, uning termomexanik xususiyatlari hisobga olingan. Tadqiqot davomida plastinaga yuzaviy taqsimlangan mexanik yuk ($q = 100$ kPa), shuningdek, magnit maydon va yuqori harorat ($\Delta T = 70$ K) ta'sirlari kompleks baholandi.



2-rasm. Murakkab shaklidagi plastinada yuzaviy yuk, magnit maydon va harorat gradiyenti ta'siridagi ko'ndalang egilish epyuralari qiyosi.

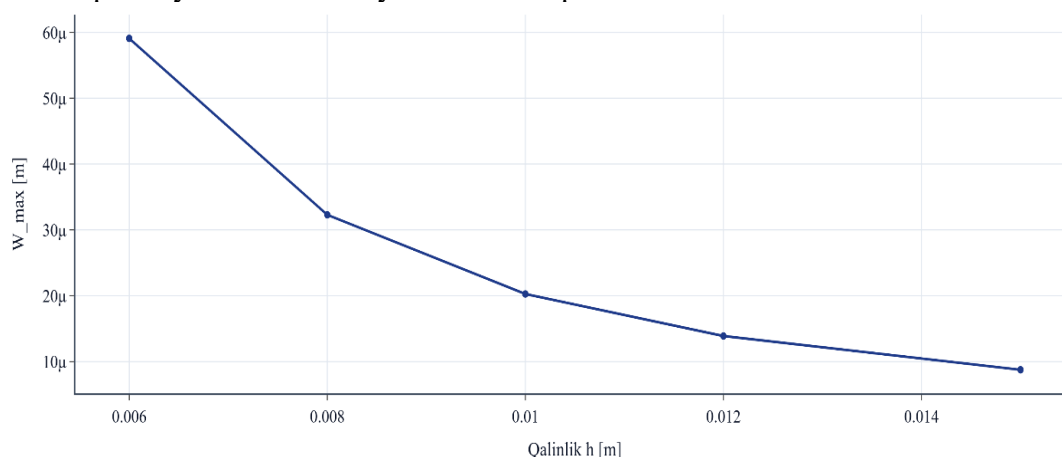
Olingan natijalar shuni ko'rsatadiki, dastlabki hisoblashda (klassik chiziqli nazariya bo'yicha) plastinaning maksimal egilishi $w_{\max}(\text{chiziqli}) = 18.07$ mm ni tashkil etgan. Biroq, geometrik noxizizliklilni inobatga olgan holda, dasturiy ta'minot noxizizli tenglamalar sistemasini qayta-qayta hisoblab chiqdi va aynan 8 ta iteratsiya (qadam) dan so'ng tizim to'liq matematik konvergensiya (yaqinlashishga) erishdi. 8-iteratsiya qadami yakunida aniqlangan haqiqiy maksimal ko'chish $w_{\max}(\text{noxizizli}) = 15.10$ mm ekanligi qat'iy tasdiqlandi.

Ikki yondashuv o'rtasidagi bu farq 16.46% ni tashkil etdi. Ushbu 8 qadamli iteratsiya jarayoni yupqa kompozit qobiq va plastinalarga xos bo'lgan fizik hodisa – "membrana effekti" ni (membrane stiffening effect) to'g'ri baholash imkonini berdi. Ya'ni, plastina egilgan sari uning o'rta sirtida paydo bo'ladigan cho'zilish kuchlanishlari tizimning egilishga bo'lgan qarshiligini orttiradi. Iterativ usul yordamida tizimning ichki kuchlanishlari va tashqi yuklari o'rtasidagi mutlaq muvozanat topilib, chiziqli nazariyaning deformatsiyani me'yoridan ortiqcha baholash xatosi muvaffaqiyatli bartaraf etildi.

Termomagnit yuklamalarning birgalikdagi ta'siri Tadqiqotning keyingi bosqichida tizimga $\Delta T = 70$ K harorat gradienti qo'shildi ("B" holat: Magnit + harorat). Olingan $w(x)$ markaziy kesim grafikasida (ko'k uzluksiz chiziq va to'q sariq shtrixli chiziq) qirralarning qattiq mahkamlanganlik sharti yaqqol ko'rinib turibdi (chegaralarda egilish va egilish burchagi nolga teng).

2- hisoblash tajribasi: I-shaklidagi kompozit plastina qalinligining ko'p faktorli muhitdagi birkirlik ko'rsatkichlariga ta'siri.

I-shaklidagi ortotrop kompozit (Graphite/Epoxy, $\rho = 1600$ kg/m³, $E_1 = 181$ GPa, $E_2 = 10.3$ GPa) plastina qalinligining kuchlanganlik-deformatsiyaning holatiga ta'siri o'rganildi. Sirt yuklaridan tashqari tizimga kvazistatik magnit maydoni ($B = 0.30$ T) va harorat gradiyenti ($\Delta T = 20$ K) kiritilgan ko'p faktorli muhitda qalinlik $h \in [0.006; 0.015]$ m oralig'ida variatsiya qilinib, natijalar $D \sim h^3$ qonuniyati bilan korrelyatsion tahlil qilindi.

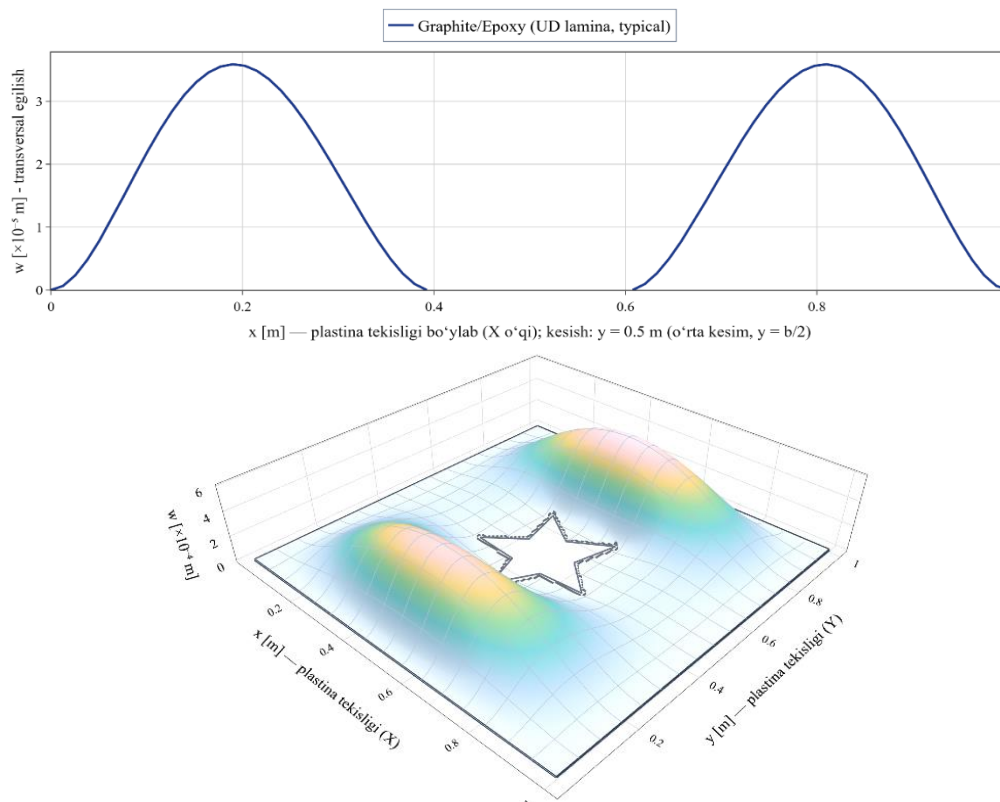


3-rasm. Ko'p faktorli muhitda I-shaklidagi grafit-epoksid plastina qalinligining maksimal egilishga (W_{max}) ta'siri grafigi.

$h = 0.006$ m da maksimal egilish ≈ 60 μ m bo'lsa, $h = 0.010$ m da $u \approx 20$ μ m gacha keskin tushadi, $h = 0.015$ m da esa 10 μ m dan past qiymatda stabillashadi. W_{max} va $1/h^3$ orasidagi Pearson korrelyatsiya koeffitsiyenti $R = 0.996$ ga teng bo'lib, ishlab chiqilgan model ko'p faktorli bog'langan masalalarda ham fundamental elastiklik qonuniyatlariga qat'iy mos kelishini tasdiqlaydi.

3-hisoblash tajribasi: Qattiq mahkamlangan ortotrop plastina uchun Bubnov-Galerkin yarim-analitik usulining konvergentsiya tahlili.

Qattiq mahkamlangan to'liq to'g'ri to'rtburchakli ortotrop plastina uchun egilish funksiyasi $W(x,y) = \sum \sum C_{ij} (1 - \cos(2\pi i x/a))(1 - \cos(2\pi j y/b))$ ko'rinishidagi ikki o'lchamli trigonometrik qator sifatida qidirilib, qator hadlari soni $N = 1, 3, 5, 7$ bo'yicha Bubnov-Galerkin usulining konvergentsiyasi tekshirildi.



4-rasm. Bubnov-Galerkin usulida trigonometrik bazis funksiyalar sonining (N) maksimal egilish qiymatini barqarorlashtirish grafigi.

Birinchida yaqinlashishdayoq ($N = 1$) funksiya haqiqiy yechimga juda yaqin qiymat beradi; $N = 3, 5, 7$ hadlari qo'shilishi bilan $W_{\max}$ asimptotik tarzda qat'iy stabillashadi (markazda $W_{\max} \approx 2.0 \cdot 10^{-5}$ m) va xatolik mikrometrning mingdan bir qismidan ham kichiklashadi - FDM dan farqli o'laroq hech qanday sakrash kuzatilmadi. Biroq yulduzsimon qirqimlar, L, T, I profilli ichki chegaralar mavjud bo'lganda global bazis funksiyalarni qurish imkonsiz bo'lib qoladi; shu sababli murakkab topologiyali masalalarda FDM muqobilsiz.

5. XULOSA VA TAKLIFLAR

O'tkazilgan ko'p parametrlil sonli tadqiqotlar murakkab shaklli anizotrop plastinalarning termo-magnito-elektro-elastik maydonlardagi noxiziqli deformatsiyalanishini tavsiflash uchun R-funksiyalar usuli va Bubnov-Galerkin variatsion yondashuviga asoslangan model hamda algoritmnining samarali va ishonchli ekanligini ko'rsatdi: klassik etalon masala bilan taqqoslashda maksimal nisbiy xatolik 0.81% dan oshmadi, bu esa uni muhandislik hisoblarida qo'llash imkonini beradi. Intensiv sirt yuklari va harorat gradiyentlari ostida ishlovchi kompozit qoplamalar uchun geometrik noxiziqlilikni hisobga olish zarurligi aniqlandi: chiziqli nazariya katta ko'chishlarda egilishni oshirib ko'rsatadi, noxiziqli model esa membran kuchlanishlar hisobiga yuzaga keluvchi o'z-o'zini qotirish effektini ochib beradi va ortiqcha material sarfining oldini oladi. Maksimal egilishning qalinlikka teskari kubik bog'liqligi ko'p faktorli muhitda ham saqlanishi ($R = 0.996$) qalinlikni maqbul tanlash konstruksiya massasini kamaytirishning asosiy vositasi ekanligini ko'rsatadi. Magnit maydon statik yuklanishda Lorents kuchlari orqali plastinaning effektiv birligini pasaytiradi, dinamik rejimda esa ekvivalent so'ndirish vazifasini bajarib, tebranishlarning tranzient bosqichini qisqartiradi; bu natija "aqli" konstruksiyalarda tebranishlarni kontaktsiz aktiv boshqarish tizimlarini yaratish uchun asos bo'ladi. Plastinaning makro-topologiyasi va chegaraviy shartlari deformatsiya maydonini tubdan o'zgartiradi: ichki konturlari qattiq mahkamlangan I- va T-shaklli plastinalar massani kamaytirgan holda yuqori birlilikni saqlaydi, tashqi qirralar erkin qoldirilganda esa egilish 325% dan ortiq ortadi. Shu sababli yuk ko'taruvchi kompozit elementlarning tashqi konturlarini qattiq mahkamlash tavsiya etiladi. Kanonik sohalar uchun kam hadli trigonometrik bazisli Bubnov-Galerkin usuli tejamkor natija beradi, murakkab qirqimli



sohalarda esa R-funksiyalar asosidagi yechim strukturasi yoki zich to'rtli usullardan foydalanish maqsadga muvofiq. Kelgusida tadqiqotlarni eksperimental verifikatsiya, qatlamli kompozitlar va parametrik rezonans masalalariga kengaytirish tavsiya etiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Rvachev V.L. Teoriya R-funktsiy i nekotorye ee prilozheniya. - Kiev: Naukova Dumka, 1982. - 552 s.
2. Rvachev V.L., Sheiko T.I. R-functions in boundary value problems in mechanics // Applied Mechanics Reviews. - 1995. - Vol. 48, No. 4. - P. 151–188.
3. Kabulov V.K. Algoritmizatsiya v teorii uprugosti i deformatsionnoy teorii plastichnosti. - Tashkent: Fan, 1966. — 392 s.
4. Nuraliev F., Safarov Sh., Artikbayev M. A computational algorithm for calculating the effect of the electromagnetic fields to thin complex configured plates // Proc. 2020 Int. Conf. Information Science and Communications Technologies (ICISCT), Tashkent, Uzbekistan, 2020. DOI: 10.1109/ICISCT50599.2020.9351447.
5. Nuraliev F.M., Aytmuratov B.Sh., Artikbaev M.A. Mathematical model and computational algorithm of vibration processes of thin magnetoelastic plates with complex form // Proc. 2021 Int. Conf. ICISCT, Tashkent, Uzbekistan, 2021. DOI: 10.1109/ICISCT52966.2021.9670313.
6. Nuraliev F., Artikbayev M., Uralbekova M. Analysis of the results of solving the magnetoelastic problem of thin anisotropic plates with complex form // Proc. Int. Conf. "Modern Trends in Developing the Mathematics in the Era of Digital Transformation", Almaty, Kazakhstan, 2024. — P. 114–119.
7. Ambartsumyan S.A., Bagdasaryan G.Ye., Belubekyan M.V. Magnitouprugost tonkih obolochek i plastin. — Moskva: Nauka, 1977.
8. Rvachev V.L., Kurpa L.V. R-funktsii v zadachah izgiba plastin slozhnoy formy. — Kiev: Naukova Dumka, 1988.
9. Kurpa L.V. Method of R-functions for investigation of parametric vibrations of orthotropic plates of complex shape // Journal of Mathematical Sciences. — 2011. — Vol. 174, No. 3.
10. Nuraliev F., Tojiev N., Tahirov B. Mathematical model and computational analysis of the nonlinear stress–strain processes in anisotropic thermo–electro–magnetoelastic plates with complex shapes // Development of Science. — 2024. — Vol. 1, No. 3. — P. 18–23.
11. Nuraliev F., Mirzaakhmedov M., Tojiyev N., Abdullayev O. Independent solution of the magnetoelastics problem of thin compound-shaped isotropic plates // Modern Problems of Applied Mathematics and Information Technology – Al-Khwarizmi. — 2024. — No. 1.
12. Artikbayev M., Orazbayev A. Results of solving the magnetoelastic problem of thin anisotropic plates with complex form // AIP Conference Proceedings. — 2024. — Vol. 3244, No. 1, Art. 060026. DOI: 10.1063/5.0242124.
13. Kurpa L.V. Metod R-funktsiy dlya resheniya lineynykh zadach izgiba i kolebaniy pologikh obolochek. — Kharkov: NTU «KhPI», 2009.
14. Reddy J.N. Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis. 2nd ed. — Boca Raton: CRC Press, 2004.
15. Nowacki W. Thermoelasticity. 2nd ed. — Oxford: Pergamon Press, 1986.
16. Volmir A.S. Nelineynaya dinamika plastinok i obolochek. — Moskva: Nauka, 1972.
17. Faleh, N. M., Abboud, I. K., & Nori, A. F. (2020). Nonlinear stability of smart nonlocal magneto-electro-thermo-elastic beams with geometric imperfection and piezoelectric phase effects. Smart Structures and Systems, 25(6), 707–717. <https://doi.org/10.12989/sss.2020.25.6.707>.
18. Cao, Z., Liang, X., Deng, Y., Zha, X., Zhu, R., & Leng, J. (2019). Novel semi-analytical solutions for the transient behaviors of functionally graded material plates in the thermal environment. Materials, 12(24), 4084. <https://doi.org/10.3390/ma12244084>
19. Y. Li, Y. Li, Y. Han, and C. Wang, "Propagation of coupled waves across a magneto-electro-thermo-elastic interface with consideration of fractional order thermoelasticity and microstructural effect," Acta Mech., 2024, doi: 10.1007/s00707-024-04000-2.



20. D. A. Shlyakhin, E. V. Savinova, and V. A. Yurin, "Dynamic problem of thermoelectroelasticity for round rigidly fixed plate," FEFU: School of Engineering Bulletin, no. 1(50), pp. 3-16, 2022. <https://doi.org/10.24866/2227-6858/2022-1/3-16>
21. Li, Q., & Hou, P. (2021). Three-dimensional quasi-static general solution for isotropic thermoelastic medium with applications. Case Studies in Thermal Engineering, 25, Article 100897. <https://doi.org/10.1016/j.csite.2021.100897>.