



Parafinli issiqlik saqlovchi qurilmada joylashgan issiqlik quvurlari qovurg'alarining parametrlarini taqqoslash

Abdullayev Nodirbek

Islom Karimov nomidagi Toshkent davlat texnika universiteti, izlanuvchi,
Toshkent, O'zbekiston Email: Nodirbek_9204@mail.ru

Jo'rayev Ravshan

Islom Karimov nomidagi Toshkent davlat texnika universiteti,
izlanuvchi, Toshkent, O'zbekiston Email: rjgreat1994@gmail.com

Shaislamov Alisher

Islom Karimov nomidagi Toshkent davlat texnika universiteti,
professor, DSc Toshkent, O'zbekiston Email: shaislamov55@mail.ru

ANNOTATSIYA

Parafinli issiqlik energiyasini saqlovchi (akkumulyatsiya) materialga joylashtirilgan, alohida qovurg'li issiqlik quvurlari (gravitatsion termosifonlar) asosidagi vertikal yashirin issiqlik akkumulyatori ko'rib chiqilgan. Bunda, issiqlik quvurlarining soni, ularning o'lchamlari va o'zaro joylashuv o'lchamlari o'zgarmay turib, mazkur issiqlik quvurlariga biriktirilgan qovurg'alarning o'lchami va joylashuvini maqbullashtirish ishning asosiy maqsadi hisoblanadi. Tadqiqot predmeti 5 mm radiusga, quvurlar orasidagi masofa 116 mm hamda qatorlar orasidagi masofa 145 mm bo'lgan sig'imdan tashkil topgan.

Kalit so'zlar:

issiqlik akkumulyatori, parafin, issiqlik quvuri, qovurg'a samaradorligi, geometriyani optimallashtirish, Stefan masalasi.

Сравнительный анализ параметров рёбер тепловых труб в парафиновом тепловом аккумуляторе

АННОТАЦИЯ

Рассмотрен вертикальный тепловой аккумулятор скрытой теплоты на индивидуально оребрённых тепловых трубах (гравитационных termosифонах), встроенных в парафиновый теплоаккумулирующий материал (ПТАМ). Предметом работы является оптимизация формы, числа и размеров продольного оребрения одной тепловой трубы при фиксированной геометрии трубного пучка - шаг труб в ряду $P = 116$ мм, глубина корпуса $D = 145$ мм, радиус трубы $R = 5$ мм - типичных для компактных парафиновых накопителей тепловой энергии на тепловых трубах.

Ключевые слова:

тепловой аккумулятор, парафин, тепловая труба, эффективность ребра, оптимизация геометрии, задача Стефана.

Comparing of parameters of heat pipe fins in a paraffin thermal energy storage unit

ABSTRACT

A vertical latent heat thermal energy storage unit based on individually finned heat pipes (gravity-assisted thermosyphons) embedded in a paraffin thermal storage material is considered. The study focuses on optimizing the shape, number and dimensions of the longitudinal fins of a single heat pipe at a fixed tube bundle geometry: tube pitch in a row $P =$

Key words:

thermal energy storage, paraffin, heat pipe, fin efficiency, geometry optimization, Stefan problem.



116 mm, casing depth $D = 145$ mm, and pipe radius $R = 5$ mm. This geometry is typical of compact paraffin-based heat pipe thermal energy storage units.

1. Введение

Аккумуляция тепловой энергии за счёт скрытой теплоты фазового перехода в парафиновых теплоаккумулирующих материалах (ПТАМ) - распространённое решение для сглаживания несоответствия графиков выработки и потребления теплоты в системах горячего водоснабжения, солнечных коллекторах и тепловых насосах: высокая удельная теплота плавления при почти постоянной температуре позволяет накапливать заметно больше энергии в том же объёме, чем явная теплоёмкость воды. Материаловедческую и теплофизическую базу вопроса систематизируют обзоры Zalba и др. [1] и Sharma и др. [2]. Собственная низкая теплопроводность парафина ($\approx 0,1-0,2$ Вт/(м·К)) - основное узкое место таких накопителей: без интенсификации теплообмена скорость зарядки и разрядки оказывается неприемлемо низкой, и эффективность всей системы определяется не столько теплоёмкостью ПТАМ, сколько геометрией поверхности теплообмена.

Один из способов интенсификации - перенос теплоты к ПТАМ через тепловые трубы (гравитационные термосифоны), эффективная осевая теплопроводность которых на 2–3 порядка выше металла. Обзор Rashidi и др. [3] систематизирует варианты сопряжения ПТАМ-накопителей с тепловыми трубами и тепловыми насосами и показывает, что определяющим для скорости зарядки в таких системах остаётся боковой (радиальный) теплообмен от трубы к ПТАМ - то есть оребрение самой трубы, а не осевой перенос внутри неё.

Влияние геометрии оребрения на скорость плавления ПТАМ в кожухотрубных и трубных модулях это предмет отдельного и активно развивающегося направления исследований. Wołoszyn и Szopa [4] показали сокращение времени плавления на 44–60 % за счёт совместной оптимизации геометрии рёбер и трубного пучка; обзор Singh и Iqbal [5] выделяет форму и ориентацию оребрения как основной подтверждённый рычаг интенсификации среди геометрических параметров кожухотрубных модулей. Специально влиянию длины и угла ребра посвящена работа Zhang и др. [6]: на вертикальном накопителе показано, что оптимальные длина и угол ребра существуют совместно и не могут подбираться независимо друг от друга. Близкий по характеру, вывод для числа рёбер получен Yang и др. [7] на горизонтальном кожухотрубном модуле: увеличение числа рёбер ускоряет плавление с убывающей отдачей и в сильной зависимости от их взаимного расположения. Guo и др. [8] прямо показали, что неравномерное по длине и углу расположение рёбер вокруг трубы способно сократить время полного плавления почти на 70 % по сравнению с равномерным типовым оребрением, то есть само распределение рёбер по углу является самостоятельным и мощным параметром оптимизации, а не второстепенной деталью после выбора их числа и длины. Наиболее общим подходом к этой задаче является топологическая оптимизация формы ребра как таковой, продемонстрированная Pizzolato и др. [9] для кожухотрубного накопителя: получаемые формы существенно нерегулярны и заметно превосходят интуитивные шаблоны, но требуют решения отдельной сопряжённой оптимизационной задачи для каждой геометрии заново и вычислительно тяжелы для быстрого перебора многих вариантов компоновки труб. Настоящая работа опирается на общий вывод этой группы исследований - форма, угол, длина и число рёбер взаимозависимы и нелинейно влияют на результат, - но, в отличие от полной топологической оптимизации, использует явную геометрическую процедуру нацеливания дискретных прямолинейных рёбер на действительное положение соседних труб, что позволяет быстро перебирать варианты компоновки без решения отдельной оптимизационной задачи для каждого из них.

Выбор численного метода моделирования фазового перехода - самостоятельный вопрос при построении расчётной модели. Классический энтальпийный метод Voller и Cross [10] остаётся основой большинства современных реализаций задачи Стефана на

неподвижной сетке. Jamal-Abad и др. [11] сопоставили энтальпийно-пористый метод и метод эффективной теплоёмкости (Apparent Heat Capacity, АНС) при кристаллизации технического парафина, определив свойства материала независимо по данным дифференциальной сканирующей калориметрии, и показали, что оба метода расходятся с экспериментом по-разному: энтальпийно-пористый метод хуже описывает сам фазовый переход, а АНС — переходную двухфазную зону, что делает АНС пригодным для задач, где важна прежде всего кинетика фронта, а не тонкая структура переходной зоны. Устойчивость и точность явных конечно-разностных схем для двумерного уравнения теплопроводности, применённых ниже для решения АНС-сформулированной задачи, детально проанализированы Naque и др. [12].

Ограничение чисто кондуктивной модели плавления, используемой ниже, наглядно показано в двух независимых исследованиях. Ji и др. [13] численно показали, что при плавлении ПТАМ у пары рёбер разной длины в замкнутой полости естественная конвекция в расплаве меняет не только скорость, но и форму фронта плавления по сравнению с чисто кондуктивным расчётом. Sun и др. [14] экспериментально определили, что для парафинового ПТАМ (октадекан) в замкнутой полости эффективный коэффициент теплоотдачи за счёт конвекции превышает чисто кондуктивный на 12–30 %, а время полного плавления сокращается примерно на 45 % по сравнению с оценкой по чистой теплопроводности. Поскольку конвекция в узких (порядка нескольких миллиметров) зазорах между рёбрами в настоящей работе не учитывается, приводимые ниже оценки времени зарядки следует рассматривать как консервативные (верхнюю границу), а не как точный прогноз.

2. Геометрия рассматриваемых вариантов

В качестве объекта исследования рассматривается предлагаемая тепловая труба (гравитационный термосифон) $\varnothing 10$ мм (радиус $R = 5$ мм), установленная в двухрядном пучке труб компоновки, типичной для компактных парафиновых накопителей: шаг труб в ряду $P = 116$ мм, глубина корпуса $D = 145$ мм. Такое соотношение шага и глубины обеспечивает плотную упаковку труб при технологически реализуемых зазорах в несколько миллиметров между рёбрами соседних труб - как в пределах одного ряда, так и между рядами. Варьируются только число, длина и угол рёбер каждой трубы, а также положение рядов труб по глубине корпуса (в пределах фиксированного D). В работе рассмотрены четыре предлагаемые варианты (Рис. 1):

Вариант А - 3 ребра по 50 мм под $\pm 90^\circ/0^\circ$ к оси ряда (простейшая равномерная компоновка); 150 мм металла на трубу.

Вариант В - 5 рёбер: те же 3 прямых ($\pm 90^\circ/0^\circ$, 50 мм) плюс 2 диагональных ($\pm 45,25^\circ$, 74,17 мм), направленных «внутрь», к трубам противоположного ряда; 298 мм/трубу.

Вариант Е - тот же набор из 5 рёбер, что и в В, но весь веер рёбер каждой трубы развёрнут на 180° : рёбра направлены не к противоположному ряду, а к своей ближайшей стенке корпуса; ряды труб при этом сближены к центру корпуса. Расход металла тот же — 298 мм/трубу; отличие только в ориентации.

Вариант Н - 8 рёбер: 4 прямых ($0^\circ/90^\circ/180^\circ/270^\circ$, по 29–50 мм — короче, чем в А/В, поскольку ряды сближены до $D/4$ и $3D/4$ для размещения полного веера) и 4 диагональных ($\pm 58,0^\circ/\pm 122,0^\circ$, по 60 мм), нацеленных на истинного геометрического соседа (см. ниже); 398 мм/трубу.

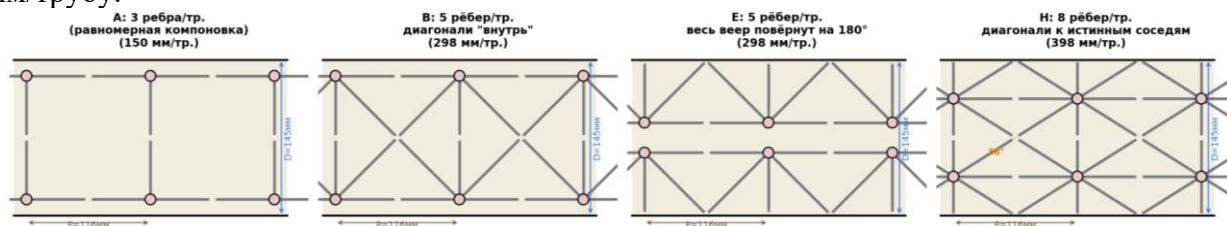


Рис. 1. Геометрия вариантов А, В, Е, Н (план сечения парафиновой зоны, показано 1,5 шага P). Число под каждой схемой - суммарная длина рёбер на одну трубу.

2.1. Геометрическое определение угла диагональных рёбер

При проектировании диагональных рёбер естественно (и, как показано ниже, ошибочно) предположить, что рёбра следует расставлять равномерно по углу - например, через 45° при восьми рёбрах на трубу. На предварительном этапе разработки варианта с 8 рёбрами так и было сделано: все рёбра, кроме основных четырёх, направлялись по биссектрисам, а их длина подбиралась из условия «дотянуться почти до соседнего ребра» при фиксированном угле 45° . Расчёт этого предварительного варианта (232–306 мм металла/трубу) дал $t_{99} = 25,8\text{--}29,8$ ч - заметно хуже, чем итоговый вариант Н (398 мм/трубу, $t_{99} = 13,2$ ч), при сопоставимом расходе металла (см. Рис. 5 и раздел «Результаты» ниже).

Причина в том, что угол 45° верен только тогда, когда шаг труб в ряду Р и расстояние между рядами Δy случайно близки друг к другу (как в вариантах А/В, где $\Delta y = 115$ мм $\approx$ $P = 116$ мм - отсюда «диагональ В» под $45,25^\circ$, почти точно 45°). В общем случае, когда ряды сближены для размещения большего числа рёбер ($\Delta y = D/2 = 72,5$ мм для варианта Н), сетка труб перестаёт быть квадратной, и истинный диагональный сосед данной трубы - труба другого ряда, смещённая на полный шаг Р по строке, — находится под углом

$$\varphi = \text{atan2}(P, \Delta y) = \text{atan2}(116; 72,5) = 58,0^\circ \quad (1)$$

а не под 45° , и на расстоянии

$$s = \sqrt{P^2 + \Delta y^2} \approx 137 \text{ мм} \quad (2)$$

Длина диагонального ребра принимается равной половине этого расстояния за вычетом радиуса трубы и технологического зазора - так, чтобы ребро почти касалось встречного ребра-«зеркала» соседней трубы, но не соединялось с ним: $L = s/2 - R - \delta_z \approx 60$ мм. Именно эта пара чисел ($58,0^\circ$, 60 мм) вместо (45° , 37 мм) отличает итоговый вариант Н от отброшенного промежуточного варианта и объясняет наблюдаемый выигрыш (см. раздел «Результаты» ниже).

3. Математическая модель

3.1. Эффективность и профиль температуры тонкого ребра

Ребро моделируется как прямой стержень с теплоизолированным концом. Классическая теория ребра [19] даёт параметр эффективности ребра и его КПД:

$$m = \sqrt{\frac{2h_{\text{эфф}}}{k_p \delta_p}} \quad (3)$$

$$\eta_p = \frac{\text{th}(mL_c)}{mL_c}, \quad L_c = L + \frac{\delta_p}{2} \quad (4)$$

Поскольку в данной задаче ребро отдаёт теплоту в окружающий парафин не конвекцией, а кондуктивно, «коэффициент теплоотдачи» $h_{\text{эфф}}$ не является измеримой физической величиной, а вводится как оценочный аналог: $h_{\text{эфф}} = k_{\text{ПТАМ}}/\delta_{\text{ref}}$, где δ_{ref} - характерный зазор до ближайшей холодной поверхности (принят 5 мм, по порядку величины равный реальным зазорам между рёбрами соседних труб при рассматриваемых шаге и числе рёбер). Это явное упрощение порядка величины, а не решённая сопряжённая задача «ребро + локальное температурное поле»; чувствительность к выбору δ_{ref} (2,5–10 мм) показана полосой на Рис. 2.

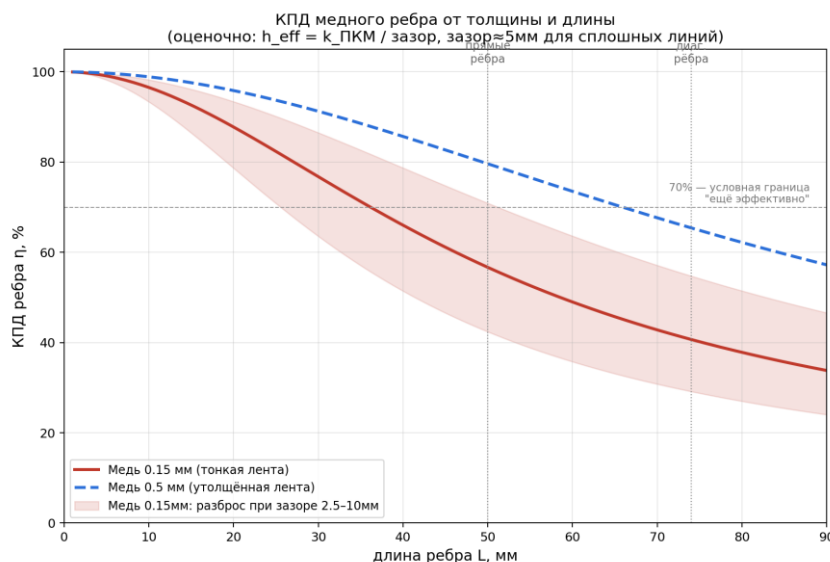


Рис. 2. КПД медного ребра от длины и толщины. При $L = 50$ мм $\eta_p \approx 57$ % (лента 0,15 мм) против ≈ 80 % (0,5 мм); при $L = 74$ мм — ≈ 41 % против ≈ 65 %.

Расчёт для медной ленты толщиной 0,15 мм (типовой материал изготовления таких рёбер) даёт $\eta_p \approx 57$ % при длине 50 мм и лишь ≈ 41 % при 74 мм (Рис. 2) - заметно ниже, чем для той же меди толщиной 0,5 мм (≈ 80 % и ≈ 65 % соответственно). Иными словами, при реалистичной для тонколистовой медной ленты толщине более половины подведённого к корню ребра теплового потока для длинных (свыше 60 мм) рёбер не доходит до их конца с полным температурным напором, что делает изотермическое допущение (постоянство температуры по всей длине ребра) физически неточным и обосновывает замену его на действительный профиль температуры ниже.

Вместо упрощённого изотермического допущения ($T = T_{ст}$ по всей длине ребра) используется действительный, спадающий к концу профиль температуры поверхности ребра (адиабатический конец):

$$T_p(x_f) = T_{пл} + (T_{ст} - T_{пл}) \frac{\text{ch}(m(L_c - x_f))}{\text{ch}(mL_c)}, \quad x_f \in [0, L] \quad (5)$$

где x_f — расстояние вдоль ребра от его корня у поверхности трубы. Эта функция используется как граничное условие 1-го рода (Дирихле) на поверхности каждого ребра в обоих численных методах ниже, вместо постоянного $T_{ст}$.

3.2. Метод 1: быстрая квазистационарная оценка (задача Стефана)

Для быстрого скрининга множества вариантов оребрения используется квазистационарная (инженерная) оценка задачи Стефана, применимость которой при малых числах Стефана обоснована в монографии Alexiades и Solomon [20]: локальное время полного плавления слоя парафина толщиной x при постоянном температурном напоре оценивается как

$$t(x) = \frac{\rho L_{\text{скрыт}} x^2}{2k_{\text{ж}}(T_{\text{пов}} - T_{\text{пл}})} \quad (6)$$

Для практической реализации метода каждая точка расчётной области характеризуется двумя величинами: расстоянием x до ближайшей нагретой поверхности (стенки трубы или ребра) и температурой $T_{\text{пов}}$ этой поверхности в точке, ближайшей к данной. Обе величины вычисляются геометрически точно, без приближений дискретизации формы источника: для круглой трубы — как евклидово расстояние до окружности радиуса R за вычетом R ; для ребра, представленного отрезком конечной длины и малой ширины, — через проекцию вектора «точка минус корень ребра» на продольную (s) и поперечную (perp) оси ребра: если $0 \leq s - R \leq L$ и $|\text{perp}|$ не превышает половины ширины ребра, точка лежит на поверхности ребра (расстояние 0, температура $T_p(s - R)$ по профилю п. 3.1); иначе расстояние - евклидова

длина до ближайшей из кромок ребра (значение s предварительно ограничивается диапазоном $[R, R+L]$). Для каждой точки области перебираются обе тепловые трубы (переднего и заднего ряда) со всеми их рёбрами, и в качестве x и $T_{\text{пов}}$ берутся расстояние и температура ближайшего по x источника.

Поскольку труба находится в периодическом ряду, для корректного учёта симметрии с соседними трубами того же ряда расчётная область по оси ряда труб тайлируется трижды (три периода P), после чего для анализа берётся только центральный период - это устраняет краевой эффект, при котором граница единичной расчётной ячейки ошибочно вела бы себя как адиабатическая стенка вместо соседней трубы. Расчёт выполняется на равномерной сетке с шагом 0,3 мм. Распределение $t(x)$ по всем точкам центрального периода даёт кумулятивную кривую доли расплава от времени и, соответственно, значения $t_{50}/t_{90}/t_{95}/t_{99}$ для каждого варианта. Метод не требует интегрирования по времени и даёт результат для одного варианта за секунды, что и позволило применить его ко всем рассмотренным вариантам, включая отброшенные промежуточные.

3.3. Метод 2: нестационарный численный расчёт

Для независимой проверки метода 1 и построения фактической картины фронта плавления во времени решается нестационарное двумерное уравнение теплопроводности с фазовым переходом. Фазовый переход учитывается методом эффективной (кажущейся) теплоёмкости (Apparent Heat Capacity, АНЦ) [11]: в узкой окрестности температуры плавления шириной $\pm \delta_{\text{mush}}$ теплоёмкость заменяется эффективной величиной, включающей скрытую теплоту:

$$c_{\text{эфф}}(T) = \begin{cases} c_{\text{ТВ}}, & T < T_{\text{пл}} - \delta_{\text{mush}}; \\ \frac{c_{\text{ТВ}} + c_{\text{ж}}}{2} + \frac{L_{\text{скрыт}}}{2\delta_{\text{mush}}}, & |T - T_{\text{пл}}| \leq \delta_{\text{mush}}; \\ c_{\text{ж}}, & T > T_{\text{пл}} + \delta_{\text{mush}}. \end{cases} \quad (7)$$

Уравнение теплопроводности

$$\rho c_{\text{эфф}}(T) \frac{\partial T}{\partial t} = k_{\text{ж}} \nabla^2 T \quad (8)$$

решается явной конечно-разностной схемой (FTCS) на равномерной прямоугольной сетке $n_x \times n_y$ ($n_x = [P/dx] + 1$, $n_y = [D/dx] + 1$). На каждом шаге по времени пятиточечный шаблон лапласиана вычисляется по всем узлам сетки:

$$\nabla^2 T_{i,j} \approx \frac{T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1} - 4T_{i,j}}{dx^2} \quad (9)$$

с зеркальным (нулевой поток) условием на внешних границах расчётной области, что соответствует плоскости симметрии по краю расчётной ячейки. Ячейки, попадающие внутрь трубы или ребра (тот же геометрический критерий, что и в методе 1), на каждом шаге принудительно фиксируются на температуре $T_{\text{ст}}$ (труба) или $T_p(x_f)$ (ребро) - то есть граничное условие 1-го рода реализуется не как условие на границе сетки, а как поточечное закрепление (clamping) значений внутри области после каждого шага интегрирования, что естественно для сложной, не выровненной по сетке формы источника.

Явная схема условно устойчива; шаг по времени ограничен снизу требованием

$$dt = \frac{0,2dx^2}{4\alpha_{\text{min}}}, \quad \alpha_{\text{min}} = \frac{k_{\text{ж}}}{\rho c_{\text{ж}}} \quad (10)$$

где коэффициент запаса 0,2 (вместо предельного значения 1,0 для линейного уравнения диффузии) взят с учётом того, что вблизи фазового перехода эффективная теплоёмкость $c_{\text{эфф}}$ резко возрастает, а значит локальное значение температуропроводности временно падает много ниже α_{min} : явная оценка через α_{min} (наименьшее возможное значение, достигаемое в чисто жидкой фазе) уже консервативна, а дополнительный запас защищает от численных колебаний на границе тающего слоя.

Шаг сетки dx выбирался с учётом вычислительного бюджета при переборе нескольких вариантов и снятии картины фронта во времени. Тестовый расчёт варианта Н на горизонте 15 ч дал следующие времена расчёта: $dx = 0,3$ мм - около 40 мин; $dx = 0,4$ мм - около 12 мин;

$dx = 0,5 \text{ мм}$ — 292 с ($\approx 4,9$ мин). Для расчёта всех четырёх вариантов принят компромиссный шаг $dx = 0,5 \text{ мм}$ - заметно точнее грубых оценок, но не проверенный на сеточную сходимость; это явно оговорено как ограничение метода (раздел 4.2). Расчёт методом 2 выполнен для всех четырёх вариантов (А, В, Е, Н) на горизонте 3 ч (для построения карты фронта плавления) и дополнительно на полном горизонте 15 ч для варианта Н (для проверки времени полного расплава против метода 1).

4. Результаты

Результаты ниже представлены в двух дополняющих друг друга видах. Сначала - сводная таблица и график, отвечающие на практический вопрос «за сколько часов накопитель с той или иной компоновкой рёбер зарядится наполовину, на 90 % и почти полностью». Затем - прямая картинка фронта плавления, которая наглядно объясняет, откуда берутся именно такие цифры: видно, как расплав расходится от каждой трубы и ребра и где встречные волны прогрева «сливаются», резко ускоряя дальнейшее плавление. Таблица 1 сводит итоговые времена расплава (метод 1, раздел 3.2) для четырёх основных вариантов: время t_{50} - это момент, когда растаяла половина парафина, t_{90} и t_{95} - когда растаяло 90 % и 95 %, а t_{99} - практически полная зарядка (99 % по объёму). Полная кривая доли расплава от времени показана на Рис. 3, картина фронта плавления во времени (метод 2, численный расчёт) - на Рис. 4.

Таблица 1.

Время достижения 50/90/95/99 % расплава и расход металла на трубу — метод 1
(квазистационарная оценка с реальным КПД ребра, медь 0,15 мм).

Вариант	Металл, мм/гр.	t_{50} , ч	t_{90} , ч	t_{95} , ч	t_{99} , ч
А	150	6,45	65,20	89,97	128,61
В	298	2,15	14,34	20,34	32,63
Е	298	2,13	14,98	21,12	33,89
Н	398	1,10	6,87	9,13	13,23

Разброс между вариантами в Табл. 1 велик: у наименее оребрённого варианта А практически полная зарядка (t_{99}) наступает только через 128,6 ч - это больше пяти суток непрерывной работы. У вариантов В и Е с 5 рёбрами то же самое происходит примерно за 33 ч, то есть чуть больше суток. А у варианта Н с 8 рёбрами - уже за 13,2 ч, меньше чем за полдня. Иными словами, одним лишь изменением конструкции оребрения время полной зарядки одной и той же трубы в одном и том же корпусе удалось сократить почти в 10 раз.

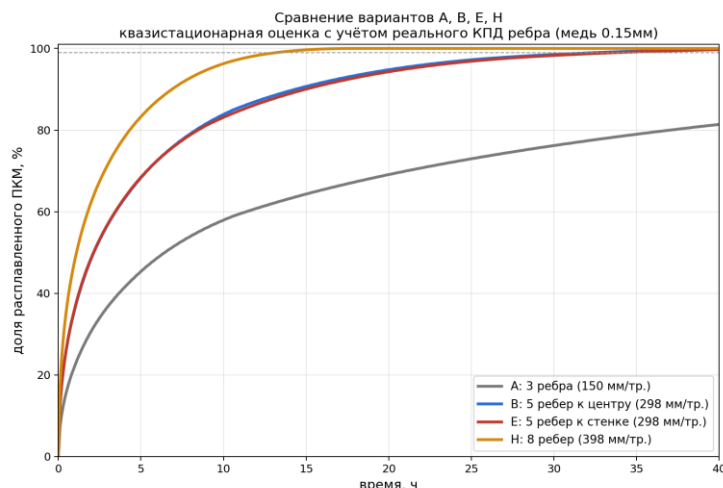


Рис. 3. Доля расплавленного парафина от времени — варианты А, В, Е, Н (метод 1). Расчёт для А выполняется до 128,6 ч, поэтому график ограничен горизонтом 0–40 ч.

На Рис. 3 хорошо видно и общее свойство всех кривых: они быстро растут в начале (пока фронт плавления расширяется в холодный, ещё нетронутый парафин) и заметно выполаживаются в конце, что является следствием того, что последние проценты расплава

тают медленнее всего, потому что к этому моменту греющая поверхность рёбер и трубы оказывается уже со всех сторон окружена горячим расплавом, а не холодным парафином, и тепловой поток от источника к оставшемуся фронту слабеет. Именно поэтому t_{99} растёт непропорционально быстро по сравнению с t_{50} - «дотянуть» зарядку до конца всегда труднее, чем довести её до половины.

4.1. Картина фронта плавления (численный расчёт)

Рис. 4 показывает результат метода 2 (явная схема, реальное 2D нестационарное уравнение теплопроводности с фазовым переходом) через 1 и 3 часа после начала зарядки для всех четырёх вариантов; синим показан ещё твёрдый парафин, красным - уже расплавленный, серым - металл трубы и рёбер. Если смотреть на картинки просто как на снимки процесса, видно качественное отличие формы фронта: у варианта А (3 ребра) от каждого ребра растёт свой отдельный «эллипс» расплава, и между тремя рёбрами остаётся характерная синяя «перетяжка» - узкая полоска ещё не растаявшего парафина, до которой ни одно ребро не «дотягивается» быстро; к 3 ч расплавлено лишь 27 % объёма. У В и Е (5 рёбер) отдельные пятна расплава от соседних рёбер успевают сомкнуться уже к 1 ч, образуя почти одинаковую крестообразную («Х»-образную) картину - визуальное подтверждение вывода ниже о том, что направление, в которое смотрит веер рёбер, практически не важно (25 % расплава за 1 ч, 51 % за 3 ч у обоих вариантов). У Н (8 рёбер) красный расплав покрывает область почти равномерно уже к 1 ч (38 %) и достигает 68 % за 3 ч - плотная сетка рёбер не оставляет крупных «холодных карманов», какие видны у А.

Фронт плавления во времени — варианты А, В, Е, Н, РЕАЛЬНЫЙ расчёт
явная схема, 2D нестационарная теплопроводность + фазовый переход, $dx=0.5$ мм, профиль t^* ребра медь 0.15 мм

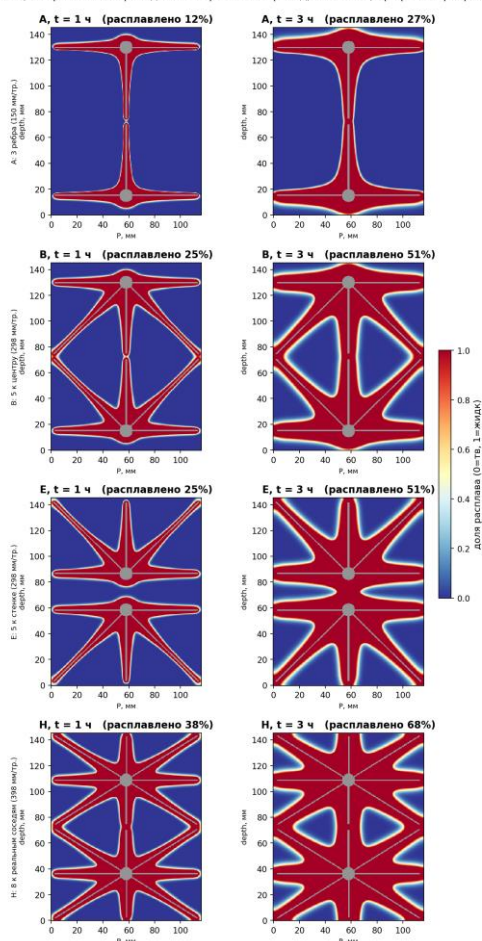


Рис. 4. Фронт плавления через 1 ч и 3 ч, нестационарный численный расчёт (явная схема, метод эффективной теплоёмкости, $dx = 0,5$ мм, профиль температуры ребра по п. 3.1). Синий - твёрдый парафин, красный - расплав, серый - металл (труба/рёбра).

Варианты В и Е используют один и тот же набор из 5 рёбер (298 мм/трубу) и отличаются только направлением, в которое «смотрит» веер: в В диагональные рёбра нацелены на противоположный ряд труб, в Е - весь веер повернут на 180° и нацелен на ближайшую стенку корпуса (при этом ряды труб сближены к центру). Разница по t_{99} составила 33,89 против 32,63 ч - менее 4 %, то есть в пределах точности самой модели, практически незаметно. Простыми словами: если число, длина и углы рёбер одни и те же, не важно, повернута ли вся конструкция «лицом» к соседней трубе или к стенке корпуса - конструктору эта степень свободы фактически ничего не стоит и её можно выбирать исходя из удобства сборки, а не из теплового расчёта. Значение имеет другое - насколько близко кончик ребра подходит к ближайшей холодной поверхности (соседнему ребру, стенке или трубе), а не то, какая именно это поверхность.

Переход от 3 рёбер (А, 150 мм/тр.) к 5 (В/Е, 298 мм/тр., +99 % металла) сокращает t_{99} примерно в 3,9 раза - со 128,6 до ~33 ч, то есть почти в пять раз быстрее при удвоении расхода металла на ребро. Дальнейший переход к 8 корректно нацеленным рёбрам (Н, 398 мм/тр., ещё +34 % металла относительно В/Е) сокращает t_{99} ещё в 2,5 раза - до 13,2 ч, хотя металла добавляется уже заметно меньше, чем на предыдущем шаге. То есть каждое следующее ребро приносит всё меньше дополнительного выигрыша в скорости на единицу вложенного металла, но выигрыш всё равно остаётся большим - рёбра явно ещё не «исчерпали себя» даже при переходе к плотной 8-рёберной компоновке. Это качественно согласуется с результатами Yang и др. [7] для числа рёбер кожухотрубного модуля: добавление рёбер выгодно, но с убывающей предельной отдачей и в сильной зависимости от их взаимного расположения - именно поэтому просто «добавить ещё рёбер как попало» не гарантирует такого же выигрыша, какой даёт продуманное расположение.

Показательный пример того, что расположение важнее количества металла, дала сама разработка варианта Н. На предварительном этапе диагональные рёбра были расставлены по «удобному» симметричному углу 45° - так, как будто шаг труб в ряду Р и расстояние между рядами Δu равны между собой (для компоновок А/В это почти так, а для Н - уже нет). Расчёт двух таких промежуточных вариантов дал: 232 мм металла на трубу $\rightarrow t_{99} = 29,8$ ч, и 306 мм/трубу $\rightarrow t_{99} = 25,8$ ч (Рис. 5). Оба варианта заметно хуже итогового Н (398 мм/трубу, $t_{99} = 13,2$ ч): более «богатый металлом» из двух промежуточных вариантов (306 мм) использует лишь на 30 % меньше металла, чем Н, но зарядка занимает у него почти вдвое больше времени. Проще говоря, добавленный в промежуточные варианты металл был потрачен на рёбра, которые целились «мимо» - не туда, где ближе всего находится настоящий сосед по решётке труб.

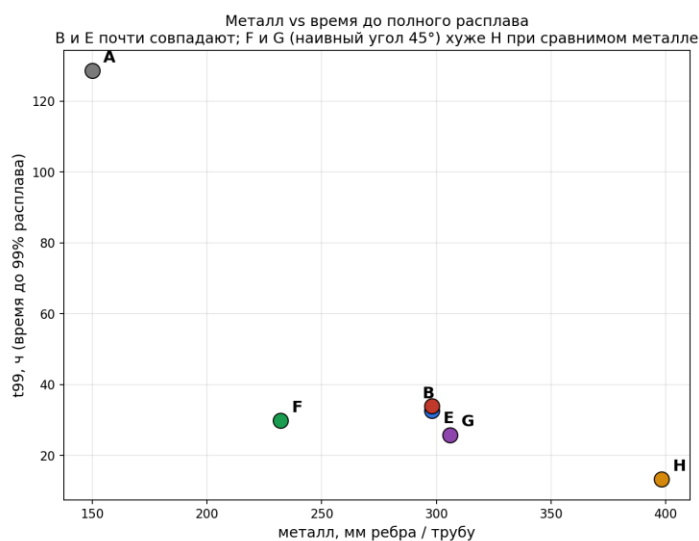


Рис. 5. Расход металла на трубу и время до 99 % расплава для всех рассмотренных вариантов, включая два отброшенных промежуточных варианта с наивным углом



диагонали 45° (левее и ниже Н, но со сравнимым расходом металла). А, В, Е, Н - варианты, вошедшие в итоговое сопоставление (раздел 2).

На Рис. 5 хорошо видно главную мысль результатов работы: точки не выстраиваются в одну гладкую линию «больше металла - быстрее зарядка», а варианту Н с наименьшим временем t_{99} совсем не обязательно соответствует наибольший расход металла среди всех точек графика - рядом лежат промежуточные варианты со сравнимым или даже бóльшим расходом металла, но заметно худшим результатом. Как показано в разделе 2.1, ошибка была геометрической: угол 45° верен только при $P \approx \Delta y$ (что случайно верно для компоновки А/В, но не для более сжатой по глубине компоновки Н, где $\Delta y = D/2 = 72,5 \text{ мм} \neq P = 116 \text{ мм}$). Правильный угол - $\varphi = \text{atan2}(P, \Delta y) = 58,0^\circ$, и при пересчёте на него с соответствующим увеличением длины ребра (60 мм вместо 37 мм, до истинного соседа) время t_{99} сократилось почти вдвое при сопоставимом расходе металла. Это - центральный практический результат работы: выигрыш от увеличения числа рёбер определяется в первую очередь точностью нацеливания диагональных рёбер на реальную геометрию соседних труб, а не одним лишь суммарным расходом металла на трубу. Для конструктора это означает, что перед тем как добавлять рёбра или увеличивать их толщину, в первую очередь стоит проверить сам угол их направления - это не требует дополнительного металла, но может дать сопоставимый или даже больший выигрыш.

4.2. Сопоставление методов и ограничения

Для варианта Н численный расчёт (метод 2) на полном горизонте 15 ч даёт долю расплава 89,1 % к 6 ч, 98,4 % к 9 ч и 100 % к 12 ч; интерполяция между этими точками даёт $t_{99} \approx 9,5\text{--}10 \text{ ч}$ - заметно быстрее оценки метода 1 (13,2 ч), то есть быстрый инженерный метод в этом случае «перестраховывается» примерно на 30 %. Такое расхождение систематично и объяснимо простыми словами: метод 1 в каждой точке парафина учитывает только одну, ближайшую нагретую поверхность - как будто эта точка греется только от неё одной. В реальности же, когда фронты плавления от двух соседних рёбер смыкаются (это как раз видно на Рис. 4), точка одновременно получает тепло сразу с двух и более сторон, суммарный поток оказывается больше, чем даёт «расстояние до ближайшего источника», и плавление ускоряется сильнее, чем предсказывает упрощённая формула. Этот эффект сильнее для плотных многорёберных компоновок (Н, отчасти В/Е), где фронты смыкаются рано, и слабее для разреженного варианта А, у которого рёбра расположены далеко друг от друга и почти не «помогают» друг другу. Отсюда практический вывод: значения t_{99} метода 1 (Табл. 1, Рис. 3) следует читать как консервативную (верхнюю, то есть заведомо не заниженную) оценку, тем более консервативную, чем плотнее оребрение - на практике реальная зарядка, скорее всего, пройдёт быстрее, чем показывает эта оценка.

Оба метода не учитывают естественную конвекцию - то есть перемешивание уже расплавленного парафина под действием разницы плотностей горячих и холодных слоёв - в узких зазорах между рёбрами; по данным [14] для парафиновых ПТАМ это способно дополнительно сократить время плавления на 30–45 %. Иначе говоря, приведённые выше цифры t_{99} стоит воспринимать как осторожную, а не оптимистичную оценку - в реальном накопителе конвекция, скорее всего, дополнительно ускорит зарядку. Коэффициент $h_{\text{эфф}}$ в модели эффективности ребра (п. 3.1) - оценка порядка величины (в 2–4 раза выше или ниже при $\delta_{\text{ref}} = 2,5\text{--}10 \text{ мм}$, Рис. 2), а не решение сопряжённой задачи «ребро + локальное поле», то есть точное значение теплоотдачи от конкретного ребра в конкретной точке этой моделью не определяется, только правдоподобный порядок величины. Расчёт методом 2 выполнен на сетке $dx = 0,5 \text{ мм}$, выбранной по вычислительным соображениям (не сошедшейся по сетке — раздел 3.3), то есть при более мелкой сетке числа могли бы немного измениться. Наконец, картина фронта на Рис. 4 построена для всех четырёх вариантов только на горизонте 3 ч, полный расчёт на 15 ч выполнен исключительно для варианта Н, а кривая на Рис. 3 для всех четырёх вариантов на полном горизонте построена по методу 1 без независимой проверки



методом 2 - это явно оговаривается как методическое ограничение объёма выполненных расчётов, а не как намеренное смешение результатов разных методов.

5. Выводы

На скорость зарядки теплового аккумулятора реально влияют три вещи - насколько толстое ребро, сколько рёбер поставлено и, что оказалось важнее всего, насколько точно эти рёбра «прицелены» в пространстве. А вот в какую сторону повёрнута вся конструкция рёбер - почти не важно. Ниже эти и остальные выводы сформулированы по пунктам.

1. Толщина ребра ощутимо важна. Реальная эффективность тонкого медного ребра (лента 0,15 мм, как у обычной тонколистовой меди) заметно ниже эффективности более толстой (0,5 мм) медной ленты той же длины: 57 % против 80 % при длине 50 мм и 41 % против 65 % при 74 мм. Иначе говоря, у тонкого ребра больше трети подведённого к его корню тепла «теряется» по пути и не доходит до дальнего конца с полным температурным напором. Толщина ребра - не второстепенная деталь конструкции, которую можно выбрать «на глаз», а параметр, существенно меняющий температурный напор вдоль ребра и, соответственно, оценки времени плавления.

2. Направление веера рёбер - почти не имеет значения. Если развернуть один и тот же набор рёбер на 180° (вариант В → Е), время выхода на 99 % расплава меняется менее чем на 4 % - для рассмотренной геометрии это второстепенный фактор по сравнению с числом, длиной и углом рёбер. На практике это хорошая новость для конструктора: эту степень свободы можно выбирать исходя из удобства сборки или компоновки соседних труб, не опасаясь заметно проиграть в скорости зарядки.

3. Больше рёбер - быстрее зарядка, но с убывающей отдачей. Увеличение числа рёбер даёт нелинейно положительный эффект: переход с 3 до 5 рёбер сокращает время полной зарядки (t_{99}) примерно в 3,9 раза при увеличении расхода металла на 99 %; правильно нацеленный переход с 5 до 8 рёбер сокращает t_{99} ещё примерно в 2,5 раза, но уже всего при +34 % металла. То есть каждое дополнительное ребро даёт всё меньший прирост скорости на килограмм металла, однако даже на 8 рёбрах этот резерв ещё не исчерпан - переход остаётся явно выгодным.

4. Главный вывод работы: важнее не сколько рёбер поставлено, а куда именно они «целятся». Угол диагональных рёбер должен определяться истинным соотношением шага труб в ряду P и расстояния между рядами Δy (по формуле $\varphi = \text{atan2}(P, \Delta y)$), а не приниматься равным «удобным на глаз» 45°. Показательно, что при сравнимом расходе металла (306 против 398 мм на трубу) корректно нацеленный вариант Н превосходит наивный промежуточный вариант почти вдвое по t_{99} - то есть правильная геометрия наведения рёбер способна дать такой же или больший выигрыш, что и заметное увеличение расхода металла, но фактически бесплатно.

5. Быстрая оценка на практике надёжна, но осторожна. Прямой численный расчёт стабильно опережает быструю квазистационарную оценку (для варианта Н - примерно на 30 % по t_{99}), что объясняется систематическим занижением теплового потока в быстром методе после слияния фронтов плавления соседних рёбер, а не сеточной погрешностью. Практический смысл этого вывода таков: быстрый метод 1 можно уверенно использовать на этапе перебора и сравнения многих вариантов оребрения - он не завышает, а лишь несколько занижает скорость зарядки, то есть его оценки времени стоит трактовать как консервативную (заведомо не оптимистичную) верхнюю границу, а не как точный прогноз.

Список литературы

1. Zalba B., Marín J.M., Cabeza L.F., Mehling H. Review on thermal energy storage with phase change: materials, heat transfer analysis and applications // Applied Thermal Engineering. 2003. Vol. 23, No. 3. P. 251–283.
2. Sharma A., Tyagi V.V., Chen C.R., Buddhi D. Review on thermal energy storage with phase change materials and applications // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2009. Vol. 13, No. 2. P. 318–345.



3. Rashidi S., Shamsabadi H., Esfahani J.A., Harmand S. A review on potentials of coupling PCM storage modules to heat pipes and heat pumps // *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*. 2020. Vol. 140, No. 4. P. 1655–1713.
4. Wołoszyn J., Szopa K. A combined heat transfer enhancement technique for shell-and-tube latent heat thermal energy storage // *Renewable Energy*. 2023. Vol. 202. P. 1342–1356.
5. Singh S., Iqbal Md. Z. A Review on Effect of Geometric Parameter of Shell and Tube on PCM in Latent Thermal Energy Storage // *International Journal of Innovations in Science, Engineering and Management*. 2026. Vol. 5, No. 1. P. 146–150.
6. Zhang Y., Wang Z., Lu B., Luo M. Effect of fin length and angle on the melting process of phase change materials in vertical latent heat storage unit // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*. 2023. Vol. 237, No. 8. P. 1842–1855.
7. Yang X., Wang X., Liu Z., Luo X., Yan J. Effect of fin number on the melting phase change in a horizontal finned shell-and-tube thermal energy storage unit // *Solar Energy Materials and Solar Cells*. 2022. Vol. 236. Art. 111527.
8. Guo J., Wang X., Yang B., Yang X., Li M.-J. Thermal assessment on solid-liquid energy storage tube packed with non-uniform angled fins // *Solar Energy Materials and Solar Cells*. 2022. Vol. 236. Art. 111526.
9. Pizzolato A., Sharma A., Maute K., Sciacovelli A., Verda V. Design of effective fins for fast PCM melting and solidification in shell-and-tube latent heat thermal energy storage through topology optimization // *Applied Energy*. 2017. Vol. 208. P. 210–227.
10. Voller V., Cross M. Accurate solutions of moving boundary problems using the enthalpy method // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1981. Vol. 24, No. 3. P. 545–556.
11. Jamal-Abad M.T., Martínez A., Carmona M., Cortés C. Numerical analysis of solidification of paraffin-type PCMs by using customary fixed-grid methods // *Journal of Energy Storage*. 2025. Vol. 114. Art. 115799.
12. Haque M.N., Akter R., Mojumder M.S.H. An Efficient Explicit Scheme for Solving the 2D Heat Equation with Stability and Convergence Analysis // *Journal of Applied Mathematics and Physics*. 2025. Vol. 13, No. 7. P. 2234–2244.
13. Ji C., Qin Z., Dubey S., Choo F.H., Duan F. Simulation on PCM melting enhancement with double-fin length arrangements in a rectangular enclosure induced by natural convection // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2018. Vol. 127, Part C. P. 255–265.
14. Sun X., Zhang Q., Medina M.A., Lee K.O. Experimental observations on the heat transfer enhancement caused by natural convection during melting of solid–liquid phase change materials (PCMs) // *Applied Energy*. 2015. Vol. 148. P. 223–232.
15. Trp A. An experimental and numerical investigation of heat transfer during technical grade paraffin melting and solidification in a shell-and-tube latent thermal energy storage unit // *Solar Energy*. 2005. Vol. 79, No. 6. P. 648–660.
16. Himran S., Suwono A., Mansoori G.A. Characterization of Alkanes and Paraffin Waxes for Application as Phase Change Energy Storage Medium // *Energy Sources*. 1994. Vol. 16, No. 1. P. 117–128.
17. Аймбетова И.О., Сулейменов У.С., Хадзарагова Е.А., Алкацев М.И. Исследование теплофизических и эксплуатационных свойств теплоаккумулирующих материалов на основе парафинов // *Горный информационно-аналитический бюллетень*. 2020. № 11-1. С. 6–17.
18. ГОСТ 23683-89. Парафины нефтяные твёрдые. Технические условия. — М.: Стандартинформ, 2007.
19. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. — М.: Энергоиздат, 1981.
20. Alexiades V., Solomon A.D. Mathematical Modeling of Melting and Freezing Processes. — Washington: Hemisphere Publishing, 1993.